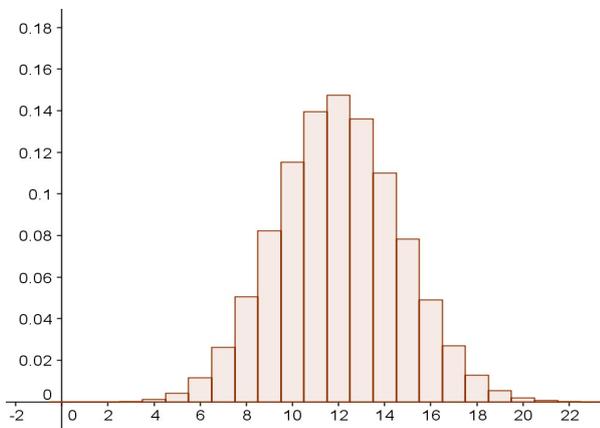


# Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Toto-Spiel)

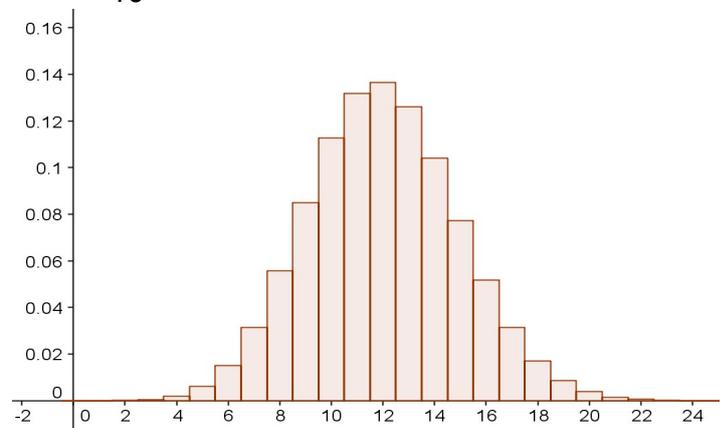
## Pflichtteil (ohne Hilfsmittel)

- Bestimme die Ableitung  $f'(x)$  und eine Stammfunktion  $F(x)$  von  $f(x) = 2 \cdot (5x - 1)^4$ .
- In einem Geldbeutel befinden sich fünf 20Cent Stücke und drei 2€ Münzen.  
Was ist der Erwartungswert für den Gewinn, wenn du zufällig ein Geldstück ziehst?
- Ein Mediengroßmarkt verteilt anlässlich eines Jubiläums Rubbelkarten mit je 6 Feldern.  
2 Felder enthalten das Bild eines Computers,  
4 Felder enthalten das Bild eines Handys.  
Die Lage der Felder ist rein zufällig und auf den einzelnen Karten unterschiedlich.  
Alle Felder sind von einer Deckschicht überzogen.  
Auf jeder Karte müssen genau zwei Felder freigerubbelt werden.  
Zeichne ein passendes Baumdiagramm und bestimme damit die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse:  
A: Beide Felder zeigen das Bild eines Computers.  
B: Beide Felder zeigen jeweils dasselbe Bild.  
C: Mindestens ein Feld zeigt das Bild eines Handys.
- Dargestellt ist jeweils die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Binomialverteilung.  
Der Erwartungswert ist bei beiden Aufgabenteilen ganzzahlig. Bestimme  $p$  bzw.  $n$ .

a)  $n = 30$ ;  $p = ?$

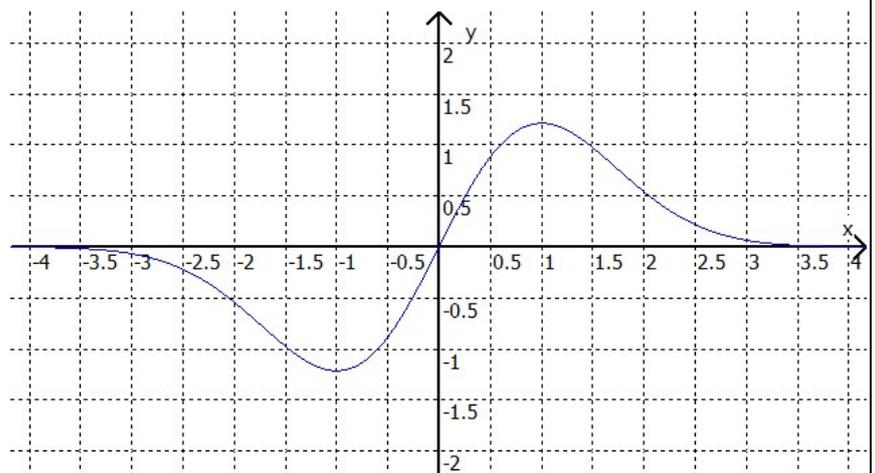


b)  $p = \frac{3}{10}$ ;  $n = ?$



5) Rechts ist das Schaubild der Ableitungsfunktion  $f'(x)$  dargestellt.

- Was kannst du über  
(1) Extremstellen  
(2) Wendestellen  
der Ausgangsfunktion  $f(x)$  sagen?
- Skizziere die zweite Ableitung  $f''(x)$  in das vorhandene Schaubild.
- Skizziere die Ausgangsfunktion  $f(x)$ , die durch den Punkt  $(0|-2)$  geht, ebenfalls in das vorhandene Schaubild.



# Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Toto-Spiel) Wahlteil (mit WTR und Merkhilfe)

## Aufgabe1

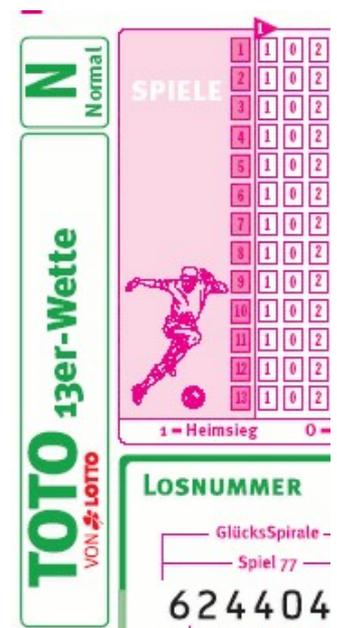
Bei der TOTO-13er-Wette (siehe abgebildeten Ausschnitt des Spielscheins) wird auf den Spielausgang von 13 Fußballspielen gewettet. Für jedes der 13 Spiele stehen drei Tipp-Möglichkeiten zur Auswahl:

- 1 = Sieg der Heim-Mannschaft,
- 0 = Unentschieden,
- 2 = Sieg der Gast-Mannschaft.

Eine Kombination der 13 Tipps wird Tippreihe genannt.

Eine Tippreihe gewinnt, wenn 10, 11, 12 oder 13 Spielergebnisse richtig vorausgesagt wurden.

- a) Jemand kennt sich im Fußball nicht aus und füllt eine Tippreihe (Spalte) durch zufällige Entscheidungen aus.
- (1) Begründe, dass sich dieses Zufallsexperiment als Bernoulli-Kette deuten lässt, gib deren Parameter  $n$  und  $p$  an und nenne die Bedeutung der binomialverteilten Zufallsvariablen  $X$ .
  - (2) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fußball-Laie im TOTO eine Tippreihe vollständig richtig ausfüllt.
- b) Fußballinteressierte TOTO-Spieler haben im Allgemeinen größere Chancen, richtige Vorhersagen über den Spielausgang zu treffen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein fußballinteressierter TOTO-Spieler, der im Mittel in 45% seiner Vorhersagen Recht behält, gewinnt.
- c) Du möchtest einen Bekannten testen, der sich als Fußballexperte ausgibt. Wie viele Richtige von den 13 Tipps musst du mindestens fordern, damit er mit mindestens 95% Wahrscheinlichkeit scheitert, falls er doch nur zufällig tippt?



## Aufgabe2

Ein Patient bekommt über einen Infusionsschlauch eine Medikamentenlösung verabreicht. Der momentane Zufluss der Lösung kann durch die Funktion

$$f(t) = 0,02 \cdot t^4 - 0,4 \cdot t^3 + 2 \cdot t^2 \quad 0 \leq t \leq 10 \quad (t \text{ in Minuten, } f(t) \text{ in Gramm pro Minute})$$

beschrieben werden.

Wie viel Medikamentenlösung fließt in den ersten fünf Minuten hinzu und wie groß war die mittlere Zuflussrate in dieser Zeitspanne?

# Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Toto-Spiel)

## Pflichtteil Lösungen:

1)  $f'(x) = 8 \cdot (5x - 1)^3 \cdot 5$

$$F(x) = \frac{2}{5} \cdot (5x - 1)^5 \cdot \frac{1}{5}$$

2)  $E(\text{Gewinn}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{10} + \frac{3}{8} \cdot 2 = \frac{1}{8} + \frac{6}{8} = \frac{7}{8} \text{ €}$

3) Baumdiagramm

$$P(A) = P(CC) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

$$P(B) = P(CC) + P(HH) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{15}$$

$$P(C) = 1 - P(CC) = 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$$

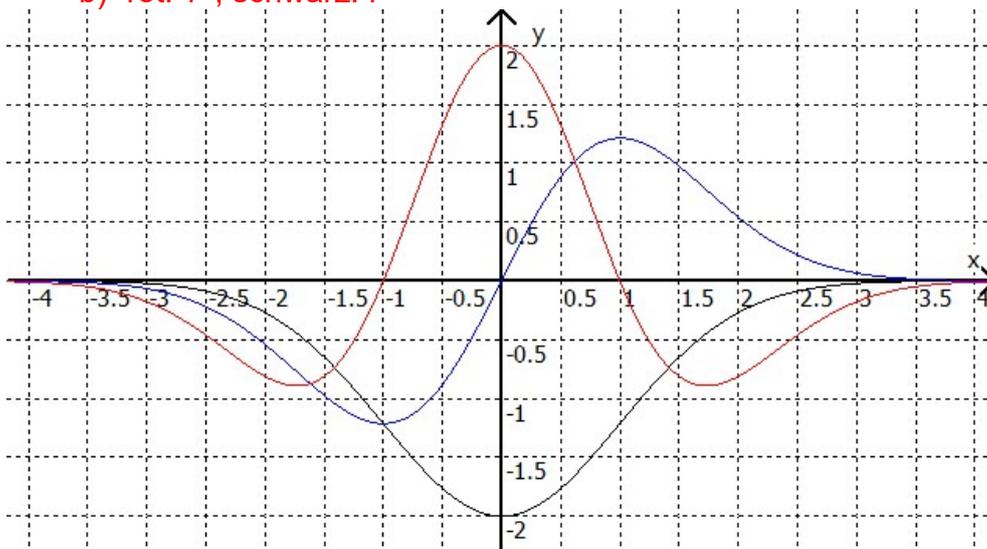
4)  $E(X) = n \cdot p \Leftrightarrow 12 = 30 \cdot p \Rightarrow p = \frac{12}{30} = 0,4$

$$E(X) = n \cdot p \Leftrightarrow 12 = n \cdot \frac{3}{10} \Rightarrow n = \frac{120}{3} = 40$$

5) a) (1) An der Stelle  $x = 0$  liegt ein Tiefpunkt von  $f(x)$  vor, da das Schaubild von  $f'$  die  $x$ -Achse von unten nach oben schneidet.

(2) An den Stellen  $x = -1$  und  $x = 1$  befinden sich Wendestellen, da  $f'$  dort Extremstellen hat.

b) rot:  $f''$ , schwarz:  $f$



# Übungsklausur Wahrscheinlichkeit (Toto-Spiel)

## Wahlteil Lösungen:

### Aufgabe1

- a) (1) Bernoulli-Kette, da mehrfache Durchführung des gleichen Bernoulli-Experiments (Treffer: richtiger Tipp, Niete: falscher Tipp).

$n = 13$ ,  $p = \frac{1}{3}$  und  $X =$  Anzahl der richtig getippten Spielergebnisse an.

$$(2) P(X = 13) = \left(\frac{1}{3}\right)^{13} = 6,27 \cdot 10^{-7}$$

- b) Die Zufallsvariable  $X$  ist jetzt  $B_{13;0,45}$  verteilt.

$$\Rightarrow P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) \approx 0,02$$

- c)  $X =$  Anzahl richtiger Tipps,  $B\left(13; \frac{1}{3}\right)$  - verteilt

Mindestens 95% Scheitern bedeutet weniger 5% richtig tippen:

$$P(X \geq k) < 0,05 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq k-1) < 0,05 \Leftrightarrow P(X \leq k-1) > 0,95$$

$k-1$	$P(X \leq k-1)$
6	0,8965
7	0,9653

$$k-1 = 7 \Leftrightarrow \boxed{k = 8} \Rightarrow \text{mind. 8 richtige Antworten}$$

### Aufgabe2

$$\int_0^5 f(t) dt = \int_0^5 0,02 \cdot t^4 - 0,4 \cdot t^3 + 2 \cdot t^2 dt = \left[ \frac{0,02}{5} t^5 - \frac{0,4}{4} t^4 + \frac{2}{3} t^3 \right]_0^5$$
$$= \frac{0,02}{5} \cdot 5^5 - \frac{0,4}{4} \cdot 5^4 + \frac{2}{3} \cdot 5^3 = \frac{100}{3} \approx 33,33$$

33,33 Gramm Lösung des Medikamentes fließt in den ersten fünf Minuten hinzu.

$\Rightarrow$  die mittlere Zuflussrate beträgt  $33,33 : 5 \approx 6,66$  Gramm pro Minute.